



© 2024 Aufgabenausschuss für die Mathematik-Olympiade in Deutschland  
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.

640711

Auf einem Tisch stehen fünf verschlossene Töpfe. Die Töpfe sind mit den Zahlen von 1 bis 5 durchnummeriert. In genau einem der fünf Töpfe befindet sich eine Kugel. Es werden die folgenden Aussagen gemacht, von denen genau eine wahr ist, die anderen vier sind falsch.

- (1) Die Kugel liegt im 1. Topf.
- (2) Die Kugel liegt nicht im 2. Topf.
- (3) Die Kugel liegt im 4. Topf.
- (4) Die Kugel liegt im 5. Topf.
- (5) Im 5. Topf liegt die Kugel nicht.

Zeige, dass man aus diesen Angaben den Topf ermitteln kann, in dem die Kugel liegt, und gib die Nummer dieses Topfes an.

640712

In einer Stadt wird für den öffentlichen Bahn- und Busverkehr eine Rabattkarte angeboten. Sie kostet 10 Euro und hat jeweils einen Monat Gültigkeit. Wer im Besitz einer solchen Karte ist, muss für den Einzelfahrschein statt 2,65 Euro nur noch 2,20 Euro bezahlen.

- a) Berechne die Fahrtkosten für 18 Fahrten innerhalb eines Monats, und zwar sowohl mit gekaufter Rabattkarte als auch ohne diese Karte.
- b) Berechne die Anzahl der Fahrten, die eine Person mit der Rabattkarte in einem Monat gemacht hat, wenn sie insgesamt genau 65 Euro für die Fahrten bezahlt hat.
- c) Berechne die kleinste Anzahl von Fahrten innerhalb eines Monats, bei der die Kosten mit Rabattkarte niedriger als ohne Rabattkarte sind.

640713

Ein Dreieck soll die Seitenlängen 8 cm, 12 cm und  $x$  cm mit einer natürlichen Zahl  $x$  haben.

- a) Ermittle die kleinste und die größte Zahl  $x$ , für die ein solches Dreieck existiert.
- b) Zusätzlich soll nun der Umfang des Dreiecks die Länge  $p$  cm mit einer Primzahl  $p$  haben. Ermittle alle Zahlen  $x$ , für die ein solches Dreieck existiert.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

640714

In der nebenstehenden Abbildung A 640714 a gibt es sechs nummerierte Felder. In das erste, dritte und sechste Feld soll jeweils genau eine der Ziffern 0 bis 9 eingetragen werden. In das zweite Feld soll genau eines der Operationszeichen +, −, \* und : eingetragen werden. In das vierte Feld soll genau eines der Relationszeichen =, < und > eingetragen werden. In das fünfte Feld soll entweder genau eine der Ziffern 1 bis 9 eingetragen werden oder es bleibt frei. Es können so Gleichungen und Ungleichungen gebildet werden. Dabei ist die Eintragung „6 + 5 = 11“ von der Eintragung „5 + 6 = 11“ verschieden, weil sie sich zum Beispiel im ersten Feld unterscheiden. In den Abbildungen A 640714 b und A 640714 c sind korrekte Eintragungen dargestellt.

1.	2.	3.	4.	5.	6.

A 640714 a

1	+	2	=		3
1.	2.	3.	4.	5.	6.

A 640714 b

3	*	4	<	1	3
1.	2.	3.	4.	5.	6.

A 640714 c

- a) Ermittle, wie viele korrekte Gleichungen eingetragen werden können, wenn im zweiten Feld nur das Additions- oder das Multiplikationszeichen stehen darf.
- b) Ermittle, wie viele korrekte Gleichungen eingetragen werden können, wenn im zweiten Feld nur das Subtraktions- oder das Divisionszeichen stehen darf.
- c) Ermittle, wie viele korrekte Ungleichungen eingetragen werden können.

*Hinweis:* Unter einer korrekten Gleichung bzw. einer korrekten Ungleichung versteht man eine nach den Vorgaben der Aufgabenstellung eingetragene Gleichung bzw. Ungleichung, die eine wahre Aussage ist.